

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT
22 iulie 2020

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

I. FELADATSOR

(60 punct)

	1. Adott az $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x}$ függvény.
7p	a) Igazolja, hogy $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 4$, bármely x nullától különböző valós szám esetén!
8p	b) Igazolja, hogy az Ox tengellyel párhuzamos bármely egyenes az f függvény grafikus képét pontosan két pontban metszi!
	2. Az A -ban derékszögű ABC háromszögben az ACB szög mértéke 50° . Az M és N pontok úgy helyezkednek el az AB oldalon, hogy az ACM és NCB szögek mértéke 10° .
7p	a) Igazolja, hogy $MB = MC$.
8p	b) Igazolja, hogy $BN = 2AM$.
	3. Legyenek x_1 , x_2 és x_3 az $f = X^3 - (a+1)X - a$ polinom gyökei, ahol a valós szám.
7p	a) Igazolja, hogy bármely a valós szám esetén, az f polinom osztható az $X+1$ polinommal!
8p	b) Tudva, hogy x_1 , x_2 és x_3 egész számok igazolja, hogy az a szám egyenlő két egymásutáni természetes szám szorzatával!
	4. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 9}$ függvény.
7p	a) Igazolja, hogy $\sqrt{x^2 + 9} \cdot f'(x) = f(x)$, bármely x valós szám esetén!
8p	b) Igazolja, hogy $\int_0^4 \ln(f(x)) dx = 8 \ln 3 - 2$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

Az alábbiakban a VI. osztályos matematika tanterv egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VI-a
1.6. Recunoașterea unor elemente de geometrie plană asociate noțiunii de triunghi <ul style="list-style-type: none">- Recunoașterea unor triunghiuri isoscele/echilaterale/ascuțitunghice/dreptunghice/obtusunghice în configurații geometrice date- Recunoașterea elementelor caracteristice triunghiurilor în desene, machete, mediul înconjurător etc.- Descrierea unor caracteristici ale configurațiilor geometrice date referitoare la triunghi (prin observare, prin utilizarea instrumentelor geometrice)- Recunoașterea unor triunghiuri congruente într-o configurație geometrică dată
2.6. Calcularea unor lungimi de segmente, măsuri de unghiuri în contextul geometriei triunghiului <ul style="list-style-type: none">- Stabilirea tipului de triunghi prin efectuarea de calcule numerice cu lungimi de segmente și măsuri de unghiuri- Efectuarea de calcule numerice pentru formularea de răspunsuri privind liniile importante în triunghi- Efectuarea de măsurători cu raportorul și rigla pentru formularea de răspunsuri privind unghiurile exterioare ale unui triunghi, inegalități între laturi/unghiuri ale unui triunghi
3.6. Utilizarea criteriilor de congruență și a proprietăților unor triunghiuri particulare pentru determinarea caracteristicilor unei configurații geometrice <ul style="list-style-type: none">- Stabilirea congruenței unor triunghiuri identificând criteriul de congruență potrivit

<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea relației de congruență a triunghiurilor pentru stabilirea congruenței unor segmente sau unghiuri - Utilizarea proprietăților triunghiurilor isoscele/echilaterale/dreptunghice pentru determinarea unor lungimi de segmente, distanțe, măsuri de unghiuri, proprietăți ale punctelor de pe mediatoare, bisectoare
<p>4.6. Exprimarea în limbaj geometric simbolic și figurativ a caracteristicilor triunghiurilor și ale liniilor importante în triunghi</p> <ul style="list-style-type: none"> - Transcrierea în limbaj simbolic a caracteristicilor triunghiurilor conținute în figuri geometrice date - Transcrierea, din figuri geometrice date, în limbaj simbolic a caracteristicilor liniilor importante în triunghi - Redactarea datelor cunoscute (ipoteze) și a celor necunoscute (concluzii), în raport cu o situație dată referitoare la triunghi - Evidențierea unor relații și proprietăți: unghi exterior unui triunghi, inegalități între laturi și relații între laturi și unghiuri ale unui triunghi etc.
<p>5.6. Analizarea unor construcții geometrice în vederea evidențierii unor proprietăți ale triunghiurilor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Construcția unei configurații geometrice cu triunghiuri având proprietăți date, cu ajutorul instrumentelor geometrice sau al softurilor matematice - Analizarea setului de ipoteze ale unei probleme și elaborarea unei strategii de rezolvare prin raportarea adecvată la proprietățile studiate ale triunghiurilor - Analizarea și validarea veridicității unei afirmații folosind raționamente simple referitoare la triunghi - Analizarea validității unor enunțuri referitoare la triunghiuri rezultate prin modificarea unei ipoteze (necesar/suficient) sau prin interschimbarea unor informații din ipoteză și din concluzie
<p>6.6. Transpunerea, în limbaj specific, a unei situații date legate de geometria triunghiului, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului</p> <ul style="list-style-type: none"> - Modelarea geometrică a unei situații concrete, asociind acesteia un desen, implicând și estimări (de exemplu, un traseu acasă – școală – teren de sport, reprezentat printr-un triunghi) - Argumentarea demersului de rezolvare a unei probleme de geometrie - Realizarea de conexiuni interdisciplinare sau practic-aplicative (de exemplu: planul înclinat, traseul de lungime minimă, reflexia)

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Geometrie	<p>6. TRIUNGHIUL</p> <ul style="list-style-type: none"> • Triunghiul: definiție, elemente; clasificare; perimetru; suma măsurilor unghiurilor unui triunghi; unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior • Construcția triunghiurilor: cazurile LUL, ULU, LLL; inegalități între elementele triunghiului (observate din cazurile de construcție) • Linii importante în triunghi: bisectoarele unghiurilor unui triunghi: concurența (fără demonstrație), cercul înscris în triunghi; mediatoarele laturilor unui triunghi: concurență (fără demonstrație), cercul circumscris unui triunghi; înălțimile unui triunghi: definiție, construcție, concurența (fără demonstrație); medianele unui triunghi: definiție, construcție, concurența (fără demonstrație) • Congruența triunghiurilor oarecare: criterii de congruență a triunghiurilor: LUL, ULU, LLL; criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice: CC, IC, CU, IU • Metoda triunghiurilor congruente, aplicații: proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi/mediatoarea unui segment • Proprietăți ale triunghiului isoscel; proprietăți ale triunghiului echilateral • Proprietăți ale triunghiului dreptunghic (cateta opusă unghiului de 30°, mediana corespunzătoare ipotenuzei – teoreme directe și reciproce); teorema lui Pitagora (fără demonstrație, verificări de triplete de numere pitagoreice, determinarea de lungimi folosind pătratele unor numere naturale)

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Dolgozzon ki három itemet – egy kiegészítő, egy feleletválasztós és egy feladatmegoldó típusú itemet – amellyel a fenti tanterv-részlet három specifikus kompetenciáját méri a „A háromszög nevezetes vonalai” című tanítási egység végén.

Minden item kidolgozásakor figyeljen a következőkre:

- jelölje meg a felméréndő specifikus kompetenciát és a kiválasztott tanulási tevékenységet;
- tartsa be az item formai követelményeit;
- dolgozza ki a javítókulcsot (a várható válaszokat);
- a tartalom tudományos helyességére.