

**CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**

29 iulie 2020

**Probă scrisă
MATEMATICĂ**

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott a k , $k \geq 2$ természetes szám és az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 2k$ függvény.
- 5p a) Ha $k = 3$, határozza meg azt az n természetes számot, amelyre $f(n) = 9$.
- 5p b) Határozza meg a k , $k \geq 2$ természetes számot, tudva hogy az $y = 4x + 5$ egyenletű egyenes az f függvény grafikus képét pontosan egy pontban metszi!
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy azoknak az n természetes számoknak a halmaza, amelyekre az $f(n)$ szám egy természetes szám négyzete, nem üres halmaz!
2. Adott az A -ban derékszögű ABC háromszög és $AD \perp BC$, $D \in BC$. Az M pont az AD szakasz felezőpontja, B' a B pont szimmetrikusa a CM egyenesre nézve, valamint C' a C pont szimmetrikusa a BM egyenesre nézve. A BC' és CB' egyenesek az E pontban metszik egymást.
- 5p a) Igazolja, hogy $4MD^2 = BD \cdot DC$.
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy az M pont a BCE háromszögbe írt kör középpontja!
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy $BE + CE = \frac{5}{3} BC$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f = X^4 - 13X^2 + 35$ polinom.
- 5p a) Határozza meg a $g = f + 1$ polinom gyökeit!
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy $f(x) \geq 83$, bármely $x \in [4, +\infty)$ esetén!
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy **nem** léteznek olyan $h_1, h_2 \in \mathbb{Z}[X]$ polinomok, amelyek fokszáma legalább 1, és amelyekre $f = h_1 h_2$.
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x + x + 1}{x}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -\infty$.
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy $f(x) > e + 2$, bármely $x \in (0, 1)$ esetén!
- 5p c) Igazolja, hogy $\int_1^2 \frac{1}{f(x)} dx = \ln \frac{e^2 + 2e}{e^2 + 3}$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

Az alábbiakban a VII. osztályos matematika tanterv egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VII-a

1.7. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată

- Identificarea triunghiurilor dreptunghice în configurații geometrice date
- Identificarea catetelor și a ipotenuzei într-un triunghi dreptunghic dat
- Folosirea instrumentelor geometrice pentru a identifica proiecția unui punct/segment pe o dreaptă
- Identificarea proiecției unui segment pe o dreaptă în diferite configurații geometrice

- Realizarea unor decupaje după indicații date (de exemplu, decuparea unui triunghi de-a lungul unei înălțimi)
2.7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia
<ul style="list-style-type: none"> - Calcularea lungimilor unor segmente utilizând teorema înălțimii, teorema catetei sau teorema lui Pitagora - Calcularea ariei unui triunghi oarecare folosind descompunerea suprafeței sale în triunghiuri dreptunghice - Calcularea sinusului, cosinusului, tangentei și cotangentei pentru unghiuri ascuțite ale unui triunghi dreptunghic
3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic
<ul style="list-style-type: none"> - Aplicarea teoremei lui Pitagora, a teoremei înălțimii sau a teoremei catetei, pentru a determina elemente ale unui triunghi dreptunghic - Determinarea valorilor pentru sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unghiurilor de 30°, 45° sau 60° - Utilizarea valorilor pentru sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unghiurilor de 30°, 45° sau 60° pentru determinarea unor lungimi de segmente într-un triunghi dreptunghic - Determinarea unor lungimi de segmente, măsuri de unghiuri, perimetre în configurații geometrice
4.7. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea reciprocei teoremei lui Pitagora pentru stabilirea perpendicularității a două drepte sau a naturii unui triunghi - Observarea diferenței dintre condițiile necesare și suficiente în contexte geometrice referitoare la relații metrice - Identificarea unor situații particulare și evidențierea unor proprietăți în contexte geometrice referitoare la relații metrice
5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic
<ul style="list-style-type: none"> - Determinarea elementelor unui triunghi dreptunghic utilizând relațiile metrice și trigonometrice studiate - Utilizarea valorilor pentru sinus, cosinus, tangentă sau cotangentă din tabele trigonometrice în rezolvarea unor probleme practice - Utilizarea unor metode de calculare a ariei unui triunghi sau a unui patrulater - Analizarea unor metode alternative de rezolvare a problemelor de geometrie utilizând relații metrice și elemente de trigonometrie
6.7. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic
<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea prin activități de grup sau individuale a unor situații care necesită folosirea relațiilor metrice în triunghiul dreptunghic - Compararea diferitelor metode utilizate în rezolvarea unor probleme referitoare la relații metrice într-un triunghi dreptunghic - Rezolvarea unor probleme prin estimarea unor mărimi din situații practice, folosind triunghiul dreptunghic (de exemplu, verificarea faptului că un dulap așezat în poziție orizontală poate fi ridicat în poziție verticală, în condițiile unei camere de înălțime dată)

[...]

Domeniul de conținut	Conținuturi
Geometrie	7. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIC <ul style="list-style-type: none"> • Proiecții ortogonale pe o dreaptă; teorema înălțimii; teorema catetei • Teorema lui Pitagora; reciproca teoremei lui Pitagora • Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit • Rezolvarea triunghiului dreptunghic; aplicații: calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind relații metrice

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Felhasználva a fenti részletben szereplő információkat, annak érdekében, hogy felmérje a megjelölt specifikus kompetenciák kialakulását/fejlődését, dolgozzon ki egy felmérőt a „A derékszögű háromszög megoldása” tanítási egység végére. A felmérő tartalmazzon 6 itemet: *egy kiegészítő, egy rövid válasz, egy párba állító, egy feleletválasztó, egy strukturált kérdés és egy feladatmegoldó típusú itemet*. Minden item esetén jelölje meg a mért specifikus kompetenciát és azt a tanulási tevékenységet, amelyet a fenti programrészletben javasoltak közül választott.

Megjegyzés. Minden kidolgozott item esetén értékelésre kerül: a mért specifikus kompetencia és a tanterv-részletben megjelenő tanulási tevékenység megjelölése, az item formai követelményeinek betartása, a javítókulcs (várható válasz) kidolgozása, valamint a szaknak megfelelő tudományos helyesség.